

گزینه ۳

۱

شتاب هر گلوله از رابطه $a = \frac{F}{m}$ به دست می‌آید. ضمناً نیروی بین گلوله‌ها از رابطه $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ محاسبه می‌شود. بررسی تک‌تک گزینه‌ها:

$$\text{گزینه ۱} \begin{cases} m' = 3m \\ r' = 3r \Rightarrow F' = \frac{1}{9}F \Rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{F'}{F} \times \frac{m}{m'} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۲} \begin{cases} m' = 3m \\ r' = \sqrt{3}r \Rightarrow F' = \frac{1}{3}F \Rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۳} \begin{cases} m' = 3m \\ q'_A = 3q_A \\ q'_B = 3q_B \end{cases} \Rightarrow F' = 9F \Rightarrow \frac{a'}{a} = 9 \times \frac{1}{3} = 3$$

$$\text{گزینه ۴} \begin{cases} m' = 3m \\ q' = 3q, r' = 3r \Rightarrow F' = 9 \times \frac{1}{9}F = F \Rightarrow \frac{a'}{a} = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

گزینه ۲

۲

نوع بار گوی A منفی و نوع بار گوی B مثبت است بنابراین تعداد الکترون‌های گوی B کمتر از تعداد الکترون‌های گوی A است. بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نمی‌توانند درست باشند. ابتدا تعداد الکترون‌هایی که گوی A بیشتر از حالت خنثی دارد را به دست می‌آوریم:

$$n_A = \frac{q_A}{e} = \frac{4 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 2/5 \times 10^{10}$$

سپس تعداد الکترون‌هایی که گوی B کمتر از حالت خنثی دارد را محاسبه می‌کنیم:

$$n_B = \frac{q_B}{e} = \frac{12 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 7/5 \times 10^{10}$$

گوی A، $2/5 \times 10^{10}$ الکترون نسبت به حالت خنثی بیشتر دارد و گوی B، $7/5 \times 10^{10}$ الکترون کمتر از حالت خنثی دارد پس گوی B نسبت به A $10^{11} = 10 \times 10^{10}$ الکترون کمتر دارد.

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم.

گام اول: مقایسه نیروی الکتریکی در فاصله‌های ۸ cm و ۲۴ cm:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{ثابت } q_2, q_1} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_1 - 32} = \left(\frac{24}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_1}{F_1 - 32} = 9$$

$$\Rightarrow F_1 = 9F_1 - 288 \Rightarrow F_1 = 36 \text{ N}$$

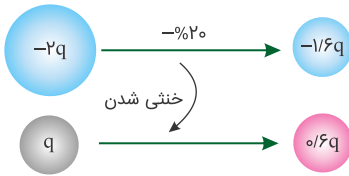
گام دوم: اگر فرض کنیم، نیروی الکتریکی در فاصله r' برابر $F' = 144 \text{ N}$ شود، با مقایسه با نیروی الکتریکی در فاصله $r = 8 \text{ cm}$ داریم:

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{36} = \left(\frac{8}{r'}\right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{8}{r'}\right)^2 \Rightarrow r' = 4 \text{ cm}$$

در حالت اول بزرگی نیرویی که دو ذره به هم وارد می‌کنند برابر $F = k \frac{q^2}{r^2}$ است. با انتقال الکترون از A به B بار B از q به $-2q$ رسیده است یعنی $3q$ بار آن کم شده است. پس بار A به اندازه $3q$ افزایش یافته است. پس در حالت جدید بار الکتریکی دو ذره برابر $4q$ و $-2q$ است. در این حالت بزرگی نیروی الکتریکی که دو ذره به هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$F' = k \frac{|4q||-2q|}{r^2} = 8k \frac{q^2}{r^2}$$

پس $\frac{F'}{F} = 8$ است.



تذکر: فاصله دو برابر شده است.

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{q'_1}{q_1} \times \frac{q'_2}{q_2} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1/6q}{2q} \times \frac{5/6q}{q} \times \frac{1}{4} = \frac{12}{100} \Rightarrow F_2 = 0.12F_1$$

$$\text{درصد تغییرات} \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 \Rightarrow \frac{0.12F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -88\%$$

با برداشتن ۵۰٪ بار q_1 داریم $q'_1 = \frac{1}{2}q_1$ و اضافه کردن آن به بار q_2 داریم $q'_2 = 2q + \frac{1}{2}q = \frac{5}{2}q$ حالا معادله $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1}{q_1} \times \frac{q'_2}{q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \left(\frac{R}{2R}\right)^2 = \frac{5}{32}$$

شرط متعادل ماندن دو گوی نسبت به یکدیگر:

$$Mg = F_E \Rightarrow \frac{2/5}{1000} \times 10 = \frac{9 \times 10^9 q^2}{36 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow q^2 = 25 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-13} \Rightarrow q = 10^{-7} \text{ C}$$

$$n = \frac{q}{|e|} \Rightarrow n = \frac{10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{10^{12}}{16} = 6.25 \times 10^{11}$$

از رابطه $n = \frac{q}{e}$ برای محاسبه تعداد الکترون ها استفاده می کنیم. توجه شود n باید عددی صحیح باشد.

$$\text{گزینه ۱: } n = \frac{32 \times 10^{-17} \times 10^{-3}}{1/6 \times 10^{-19}} = 2$$

$$\text{گزینه ۲: } n = \frac{4 \times 10^{-11} \times 10^{-6}}{1/6 \times 10^{-19}} = 250$$

$$\text{گزینه ۳: } n = \frac{8 \times 10^{-11} \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 0/5$$

$$\text{گزینه ۴: } n = \frac{5 \times 10^{-3} \times 10^{-12}}{1/6 \times 10^{-19}} = 31250$$

$$\text{در حالت اول: } F = \frac{kQ^2}{d^2}$$

$$\text{در حالت دوم: } \frac{15}{64}F = \frac{k(Q-x)(Q+x)}{4d^2} \Rightarrow \frac{15}{64} = \frac{Q^2 - x^2}{4Q^2}$$

$$\frac{15}{16} = 1 - \frac{x^2}{Q^2} \Rightarrow \frac{x^2}{Q^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{x}{Q} = \frac{1}{4} = 25\%$$

طبق سری الکتریسیته مالشی با مالش A و B با یکدیگر، چون A به انتهای منفی سری نزدیکتر است، بار جسم A منفی می شود. بنابراین بار جسم A پس از مالش به جسم B برابر است با:

$$q_A = -ne = -2 \times 10^{12} \times 1/6 \times 10^{-19} = -3/2 \times 10^{-7} \text{ C} = -320 \text{ nC}$$

با تماس جسم A به جسم خنثی C ، تعدادی از الکترون های A به جسم C منتقل می شود. بنابراین جسم A در تماس با C تعداد 10^{11} الکترون از دست می دهد و بار آن به مقدار این تعداد الکترون افزایش می یابد. بار A پس از مبادله این تعداد الکترون با جسم C برابر خواهد شد با:

$$\Delta q_A = +n'e = +10^{11} \times 1/6 \times 10^{-19} = +1/6 \times 10^{-8} \text{ C} = +16 \text{ nC}$$

$$q'_A = q_A + \Delta q_A = -320 + 16 = -304 \text{ nC}$$